GUÍA 02

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Nombre del Estudiante:		Curso	DD	MM	AA 2015
Asignatura: Matemáticas	**Período:** Primero	**Docente:** *Luis Lozada Ruiz*			
Tema: Números irracionales y teorema de Pitágoras					

TIEMPO *(TIME)*: 8 horas

RECURSOS *(RESOURCES)*: Guía de aprendizaje, calculadora, compas, computador, internet, cuaderno y cartuchera.

APRENDIZAJES ESPERADOS *(TARGET LEARNING)*:
Terminada la presente guía de aprendizaje el estudiante estará en capacidad de:

- Asociar representaciones gráficas y numéricas a cantidades inconmensurables e identificarlas como pertenecientes al conjunto de los números irracionales.
- Identificar y representar gráficamente los números irracionales en la recta numérica.
- Establecer relaciones de inclusión entre conjuntos numéricos.
- Utilizar el método empleado por los pitagóricos para representar números irracionales en la recta numérica y para encontrar diferentes medidas.

INDICADOR DE AUTONOMIA *(AUTONOMY INDICATOR)*: Extraer ideas principales de fuentes de información apropiadas que le permitan argumentar su participación en clase y sus producciones.

ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE *(LEARNING STRATEGY)*: Lectura Autorregulada en matemáticas: Se realizará bajo los parámetros de la cátedra inaugural, haciendo énfasis en toma de apuntes.

1. INDUCCIÓN (INDUCTION) — 90 MINUTOS

En el trabajo de hoy aprenderás algo sobre la historia acerca de cómo se resolvieron problemas utilizando cantidades que no pueden ser medidas exactamente con otra unidad.

1.1. AMBIENTACIÓN *(WARMING UP)*

ALGO DE HISTORIA...

La Escuela Pitagórica descubrió la existencia de números que no eran naturales (1,2,3,...), ni enteros (...-3,-2,-1,0,1,2,3,...) ni racionales(1/2, 5/4, 8/7), Los pitagóricos los llamaron números inconmensurables.

Aparentemente **Hipaso**, un estudiante de Pitágoras, descubrió éstos números intentando escribir la raíz cuadrada de 2 en forma de fracción (se cree que usando geometría). Pero en su lugar demostró que no se puede escribir como fracción, así que $\sqrt{2}$ no es un número racional.
Pero Pitágoras no podía aceptar que existieran tales números, porque creía que todos los números tienen valores perfectos. Como no pudo demostrar que los "números irracionales" de Hipaso no existían, ¡tiraron a Hipaso por la borda y se ahogó!

1.2. ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS *(PREVIOUS KNOWLEDGE*)

1.2.1. Completa las siguientes tablas, para ello, encuentra la medida correspondiente con el área del **cuadrado** si te dan la longitud del lado o la medida de cada lado si te dan el área.

MEDIDA DEL LADO	ÁREA
15 cm	
6 cm	
	81 cm^2

MEDIDA DEL LADO	ÁREA
	40 cm^2
7,5 cm	
	70 cm^2

1.2.2. Teniendo en cuenta las respuestas al ejercicio anterior responde:

1.2.2.1. Si me dan la longitud de los lados de cualquier cuadrado ¿cómo hallo su área?

____
____
____

1.2.2.2. Si me dan el área de cualquier cuadrado ¿cómo hallo la longitud de cualquiera de sus lados?

____
____
____

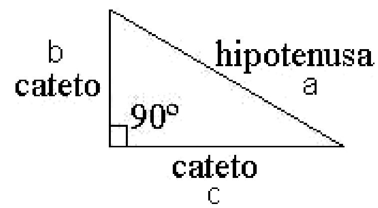
1.2.3. Construye en tu cuaderno 4 rectángulos con las medidas que aparecen en la tabla, mide sus diagonales y completa la tabla.

MEDIDA DE LOS LADOS (cm)	MEDIDA DE LA DIAGONAL (cm)
1 - 1	
3 - 4	
2 - 2	
6 - 8	

1.3 INFORMACIÓN *(INFORMATION)*

1.3.1. TEOREMA DE PITAGORAS

Uno de los teoremas milenarios más importantes que crearon los pitagóricos es sin duda alguna el ***teorema de Pitágoras**.* Gracias a éste, se ha resuelto infinidad de problemas prácticos que han contribuido en el mejoramiento del nivel de vida de la humanidad. Para entrar en materia, es necesario recordar un par de ideas:



- Un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90º.
- En un triángulo rectángulo, el lado más grande recibe el nombre de hipotenusa y los otros dos lados se llaman catetos.
  Ahora, enunciemos el Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Recuerda: Este Teorema sólo se cumple para triángulos rectángulos.

La expresión matemática que representa este Teorema es:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

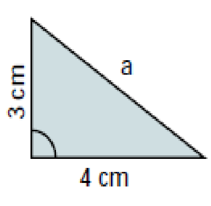
$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$$

De esta expresión se desprenden las siguientes:

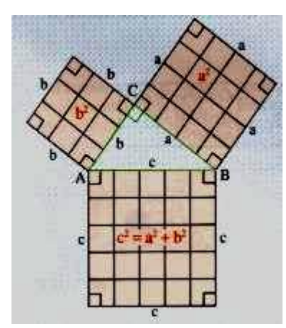
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Para comprobar este Teorema se debe construir un cuadrado sobre cada cateto y sobre la hipotenusa, luego calcular sus respectivas áreas, puesto que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.



Un ejemplo para aplicar este teorema es el realizado en el numeral 1.2.3. donde al dibujar la diagonal se forma un triángulo rectángulo como el que se muestra en la figura de la izquierda, si se construye un cuadrado sobre los dos catetos se tendría la figura que se muestra a la derecha.



b: mide **3 cm ,** el **área del cuadrado construido sobre b es 9 cm²**

c: mide **4 cm ,** el **área del cuadrado construido sobre c es 16 cm²**

Por teorema de Pitágoras se tiene que el área del cuadrado construido sobre *a* es igual a:

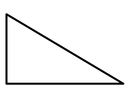
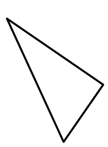
Área del cuadrado construido sobre ***b*** es 9 cm^2 + el área del cuadrado construido sobre ***c*** es 16 cm^2 = *25 cm^2*

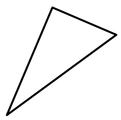
$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$$
$$\mathbf{a^2 = 9\ cm^2 + 16\ cm^2}$$
$$\mathbf{a^2 = 25\ cm^2}$$

1.3.1.1. Con ésta información si utilizas la estrategia que empleaste en el numeral 1.2.1. ***Responde:*** ¿Cuánto mide la longitud del lado a?________, ¿Por qué? ____

¿Tu respuesta coincide con la que colocaste en la tabla en el numeral 1.2.3.? _______________

1.3.1.2. Dibuja una representación de los triángulos rectángulos con las medidas indicadas y completa la tabla, participa en la socialización de las respuestas y observa si cometiste algún error.

Dibujo	Longitud del lado **b**	Longitud del lado **c**	Área del cuadrado construido sobre **b**	Área del cuadrado construido sobre **c**	Área del cuadrado construido sobre **a**	Longitud del lado **a**
	5 cm	12 cm				
	8 cm	15 cm				
			36 cm^2	48 cm^2		

	1 cm	1 cm				
	1 cm	2 cm				

1.3.2. NÚMEROS IRRACIONALES

1.3.2.1. Si comparas el resultado que obtuviste en el numeral 1.2.3 para el cuadrado con 1cm de lado y el que obtuviste en la tabla anterior para el rectángulo con medidas 1cm y 1cm, ¿qué puedes concluir? ____

1.3.2.2. En la tabla del numeral 1.3.1.2. para el rectángulo de 1cm y 1cm se obtuvieron los siguientes resultados: Juan 1,414213, Rocío 1,414213562, pero ellos querían saber cuánto media exactamente la diagonal y utilizaron una calculadora que daba más cifras decimales pero no encontraban un período. Luego de un rato, Luis les dijo: "No vale la pena que sigan discutiendo***: Ningún número racional al cuadrado dará 2 justo.*** Todas las calculadoras están aproximando el resultado". ¿Puedes explicar lo que dijo Luis?____

Los **números irracionales** son números que tienen infinitas cifras decimales y no aparece en ellas ningún período. Surgen al resolver raíces (de cualquier índice) de algunos números racionales. No es correcto expresarlos con una cierta cantidad de decimales, puesto que el número exacto tiene infinitos decimales. La exactitud que requiere la Matemática, hace que estos números se deban indicar con el símbolo radical. También son irracionales algunos números especiales surgidos del análisis matemático como

Pi es un número irracional famoso. Se han calculado más de un millón de cifras decimales y sigue sin repetirse. Los primeros son estos:
3.1415926535897932384626433832795 (y sigue...)

El número ***e*** (el número de Euler) es otro número irracional famoso. Se han calculado muchas cifras decimales de ***e*** sin encontrar ningún patrón. Los primeros decimales son:
2.7182818284590452353602874713527 (y sigue...)

La razón de oro es un número irracional. Sus primeros dígitos son: 1.61803398874989484820... (y más...)

Muchas raíces cuadradas, cúbicas, etc. también son irracionales. Ejemplos:

√3 1.7320508075688772935274463415059 (etc)

√99 9.9498743710661995473447982100121 (etc)

Pero √4 = 2, y √9 = 3, así que **no todas** las raíces son irracionales.

1.3.2.3. Observa y completa la siguiente tabla: Utiliza tu calculadora para hallar la representación decimal y clasifica los siguientes números son Racionales o Irracionales, colocando una **X** en la casilla según corresponda:

Número	**Representación decimal**	**Q**	**I**	**Número**	**Representación decimal**	**Q**	**I**
480468/99000				√3			
237/100				Π			
√5				122/99			

1.4. MI META DE APRENDIZAJE *(LEARNING GOAL)*

Teniendo en cuenta el tema de la guía, los aprendizajes esperados y la activación de saberes previos, escribe tu meta de aprendizaje para el desarrollo de esta lección. Recuerda que se compone de un qué hacer, un para qué hacerlo y un cómo hacerlo.

____
____
____
____
____
_

2. APRENDIZAJE INDIVIDUAL (INDIVIDUAL LEARNING) 40 MINUTOS

2.1. Realiza en tu cuaderno los ejercicios 11, 12 y 13 de tu texto guía página 16.

2.2. Realiza la lectura del ejemplo 9 de la página 17 de tu texto guía sobre **representación de irracionales en la recta numérica,** toma apuntes en tu cuaderno sobre los pasos y representa en la misma recta las siguientes raices: √2, √3, √4, √5, √6, √7, √8 y √9.

2.3. SAY IT IN ENGLISH

2.3.1. **PRE- READING**. Find in the word search puzzle the words (in English) related to the topic Irrational numbers and translate.

English	Spanish
Irrational	
Fraction	
Periodic	
Square	
Root	
Integers	

O	L	K	T	M	E	N	K	S	G	Q	P	G	F	Z
R	B	G	D	M	X	T	Z	P	O	H	E	Z	T	Z
Z	Y	U	R	R	Ñ	N	S	F	I	J	G	T	F	I
P	M	U	L	M	R	Q	E	P	S	X	Ñ	P	R	N
S	C	F	S	M	U	C	L	Ñ	Z	U	R	X	O	T
S	V	D	L	A	N	O	I	T	A	R	R	I	O	E
C	D	Y	R	N	G	X	X	B	V	H	T	T	T	G
B	I	E	V	V	L	I	M	H	X	C	L	E	L	E
P	Q	D	W	Z	E	L	E	X	A	B	X	J	E	R
X	U	X	O	T	K	E	S	R	S	V	M	Ñ	C	S
W	P	G	J	I	L	D	F	Z	U	Y	Y	I	O	Z
X	Y	R	N	X	R	W	D	D	K	N	E	B	B	F
G	I	V	N	L	S	E	N	M	B	P	N	Ñ	B	V
R	C	E	T	T	Y	O	P	X	E	N	W	T	M	Y
W	D	V	P	D	L	D	Y	K	F	E	A	D	K	S

2.3.2. **READING**. Read the following text and underline the words you found in the puzzle.

IRRATIONAL NUMBERS

An irrational number is a number that cannot be expressed as a fraction p/q for any integers p and q. Irrational numbers have decimal expansions that neither terminate nor become periodic.

Rational vs Irrational

So you can tell the difference between Rational and Irrational by trying to write the number as a simple fraction.

Example: 9.5 can be written as a simple fraction like this: **9.5 = 95/10 = $^{19}/_{2}$**

Here are some more examples:

Number	As a Fraction	Rational or Irrational?
5	5/1	Rational
1.75	7/4	Rational
.001	1/1000	Rational
√2 (square root of 2) 1,41421356 (and more ...)	?	**Irrational**

¶ 3.14159265358 (and more ...)	?	**Irrational**

1.1.1. **POST - READING**. Based on the information provided, complete the chart:

Number	As a Fraction	Rational or Irrational?
$\sqrt{3}$		
$\sqrt{4}$		
$\sqrt{(1/4)}$		
$\sqrt[3]{(27)}$		
$\sqrt[3]{(11)}$		

3. APRENDIZAJE DE GRUPO (GROUP LEARNING) — 30 MINUTOS

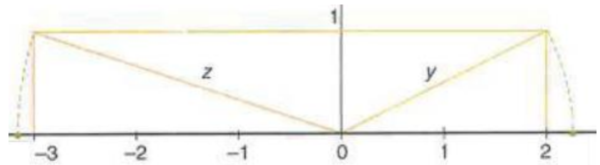
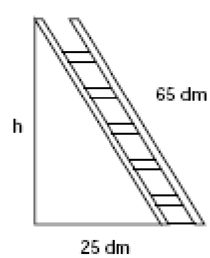
Podrían ubicar en la recta numérica, utilizando un procedimiento similar al del libro, los números $-\sqrt{5}$, $2\sqrt{2}$ y $1+\sqrt{2}$? Plasmen sus procedimientos en una hoja y ubiquen los números.

4. EVALUCIÓN (EVALUATION) — 40 MINUTOS

AUTOEVALUACIÓN ***(SELF-EVALUATION)***

De acuerdo con los aprendizajes esperados, soluciona cada actividad en tu cuaderno y escribe una acción de mejora para el mismo.

Aprendizaje esperado	Actividad	Acción de mejora
Asociar representaciones gráficas y numéricas a cantidades inconmensurables e identificarlas como pertenecientes al conjunto de los números irracionales.	• Ubica en la recta numérica los números $-\sqrt{3}$ y $2\sqrt{2}$	
Identificar y representar gráficamente los	• ¿Qué irracionales están representados en la recta?	

Aprendizaje esperado	Actividad	Acción de mejora
números irracionales en la recta numérica.		
Establecer relaciones de inclusión entre conjuntos numéricos.	Escribe verdadero o falso y justifica: • Los números irracionales forman el conjunto de todos los números con infinitas cifras decimales. • Todas las raíces cuadradas son números irracionales. • El conjunto de los números enteros esta contenido en el conjunto de los números irracionales. • Todos los decimales son irracionales.	
Utilizar el método empleado por los pitagóricos para representar números irracionales en la recta numérica y para encontrar diferentes medidas.	¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared? 	

5. APRENDIZAJE EN CASA (HOME LEARNING) 20 MINUTOS

Ingresa a la página http://roble.pntic.mec.es/jmag0173/Geometria/puzzles/puzzles.html donde encontrarás 5 rompecabezas con los que puedes demostrar el teorema de Pitágoras, sigue las instrucciones e imprime la solución de al menos dos y entrégala a tu profesor.

BIBLIOGRAFÍA y WEBGRAFÍA (BIBLIOGRAPHY AND WEB REFERENCE)

- http://www.mathsisfun.com/irrational-numbers.html
- http://roble.pntic.mec.es/jmag0173/Geometria/puzzles/puzzles.html